ISSN 2079-1704. Хімія, фізика та технологія поверхні. 2015. Т. 6. № 1. С. 135-146

УДК 537.226 + 537.392

О.Ю Семчук, В.Є. Клименко

КІНЕТИКА ВЗАЄМОДІЮЧИХ КВАЗІЧАСТИНОК В НАПІВПРОВІДНИКАХ В ПОЛІ КОГЕРЕНТНИХ СВІТЛОВИХ ПУЧКІВ

Інститут хімії поверхні ім. О.О.Чуйка Національної академії наук України
вул. Генерала Наумова, 17, Київ, 03164, Україна, E-mail: aleksandr1950@meta.ua

В дипольному наближенні та наближенні ефективної маси за допомогою нестаціонарного рівняння Шредінгера розраховано хвильову функцію електрона провідності в квазіоднорідному високочастотному електромагнітному полі. З використанням теорії квантових переходів Дірака побудовано кінетику нерівноважних взаємодіючих квазічастинок в напівпровідниках у полі інтенсивного лазерного випромінювання.

Ключові слова: *хвильова функція, нестаціонарне рівняння Шредінгера, когерентні світлові пучки, кінетика квазічастинок напівпровідника*

ВСТУП

При дії лазерного випромінювання на конденсоване середовище відбувається низка процесів. Зокрема, після часткового відбивання на межі поділу падаюче лазерне випромінювання проникає в середовище і поглинається в його приповерхневому шарі, товщина якого пропорційна оберненій величині коефіцієнта поглинання. Поглинута енергія врешті-решт термалізується, що супроводжується зміною фізичних та хімічних властивостей опроміненої речовини. В залежності від інтенсивності лазерного випромінювання його дія може бути різною. При низьких інтенсивностях лазерного випромінювання I (I <<10^9 Вт/см^2) суттєву роль відіграють процеси, пов’язані з його впливом на динаміку атомів і молекул [1] та характер міжквазічастинкової взаємодії в напівпровідниках [2–5], приводячи, зокрема, до появи лазер-індукованих структур на вільних носіях [2, 3], утворення наноострівців конденсованих фаз екситонів у напівпровідникових квантових ямах тощо [4–9].

Зовнішнє високочастотне неоднорідне електромагнітне поле лазерного випромінювання, зокрема когерентні світлові пучки (КСП), впливає на перебіг кінетичних процесів в напівпровідниках подвійним чином [2, 3, 10]. По-перше, воно змінює за час вільного пробігу квазічастинок (електронів) їх енергію за рахунок поглинання вільними електронами фотонів. Коли середня енергія електрона в полі КСП $\bar{\varepsilon}$ сягає енергії кванта електромагнітного поля $\hbar\omega$, порушується критерій застосування класичного кінетичного рівняння Больцмана $\hbar\omega < \bar{\varepsilon}$. По-друге, неоднорідне високочастотне електромагнітне поле лазерного випромінювання впливає на ймовірність міжквазічастинкової взаємодії в напівпровідниках, знімаючи подекуди заборону на сумісність законів збереження енергії та імпульсу [2, 3, 10]. А це визначає пряму участь квантів зовнішнього електромагнітного поля в процесах міжквазічастинкової взаємодії. Наслідком такого впливу стає неможливість застосування класичного кінетичного рівняння Больцмана для опису поведінки взаємодіючих квазічастинок в напівпровідниках в інтенсивному високочастотному електромагнітному полі. Квантові кінетичні рівняння свого часу були одержані різними методами, наприклад, методом рівнянь руху для гейзенбергівських операторів з наступним їх усередненням по матриці густини системи [2, 3]. Цей метод не вимагає знання явного виду хвильової функції електрона. Ми для одержання квантових кінетичних рівнянь використаємо інший підхід, в якому використовується хвильова функція електрона провідності в явному вигляді.

ХВИЛЬОВА ФУНКЦІЯ ЕЛЕКТРОНА ПРОВІДНОСТІ В ПОЛІ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Розглянемо конкретний випадок квантово-механічної системи, а саме електрон провідності в напівпровіднику в полі КСП, вектор-потенціал яких $\vec{A}(\vec{r},t)$ задається наступним виразом

$$\vec{A}(\vec{r},t)=\sum_j \vec{A}_j \cos\left(\omega t-\vec{k}_j\vec{r}-\varphi_j\right), \tag{1}$$

а частота ω задовольняє умові $\omega\tau>>1$ ($\vec{k}_j$ – хвильовий вектор j–го КСП, φ_j його початкова фаза, а τ – час вільного пробігу електрона провідності між зіткненнями).

Вважатимемо, що довжина хвилі КСП λ велика в порівнянні з іншими характерними розмірами квантовомеханічної системи, що розглядається (дебройлевською довжиною хвилі електрона λ_b, довжиною вільного пробігу електрона *l*, амплітудою коливань електрона в полі КСП тощо). Це дозволяє в процесі розрахунків нехтувати просторово-періодичною залежністю вектор-потенціалу поля КСП (дипольне наближення). В кінцевих результатах просторово-періодичну залежність поля КСП можна врахувати, вважаючи, що вектор-потенціал (напруженість електричного поля) КСП залежить від просторових координат як від параметрів.

Для застосування наближення ефективної маси при наявності сильної електромагнітної хвилі, окрім звичайних умов, повинні виконуватися наступні умови :

$$\frac{e^2E_0^2}{m_0\omega^2}<<\varepsilon_g, \qquad \frac{eE_0a}{\hbar\omega}<<1, \tag{2}$$

де m_0 – маса вільного електрона, ε_g – ширина забороненої зони, E_0 – амплітуда напруженості електричного поля КСП, a – стала кристалічної ґратки.

Співвідношення (2) є наслідком заміни квазіімпульсу електрона його усередненою величиною за період дії поля $\frac{eE_0}{\omega}$ при накладанні обмеження на амплітуду поля КСП: $E_0<10^7-10^8$ В/см . Це означає, що швидкість коливального руху електрона в магнітному полі КСП $\tilde{v}<<c$ (c – швидкість світла в вакуумі) і тому можна нехтувати впливом магнітного поля КСП на рух електронів провідності.

Як відомо, хвильова функція електрона з квазіімпульсом $\vec{p}$ в кристалі $\Psi_{\vec{p}}(\vec{r})$ має спеціальний вигляд і називається функцією Блоха – це добуток періодичної функції, що швидко змінюється в межах елементарної комірки $u_{\vec{p}}(\vec{r})$, та повільної огинаючої у вигляді плоскої хвилі $\exp(i\vec{p}\vec{r})$:

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r})=u_{\vec{p}}(\vec{r})e^{i\vec{p}\vec{r}}. \tag{3}$$

Значним досягненням теорії твердого тіла у свій час було доведення того, що можна розв'язувати рівняння Шредінгера лише для плоскої хвилі і не враховувати явно періодичний потенціал кристала, тобто розглядати електрони як вільні, але з іншою ефективною масою [13].

У вказаних вище наближеннях рух електрона провідності в високочастотному полі КСП за відсутності центрів розсіяння описується рівнянням Шредінгера [10, 11]:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\frac{1}{2m}\left[\hat{\vec{p}}-\frac{e}{c}\vec{A}(t)\right]^2\Psi, \tag{4}$$

де e та m – заряд та ефективна маса електрона провідності, $\hat{\vec{p}}=-i\hbar\nabla$ – оператор канонічного імпульсу електрона. Тут і надалі ми вважатимемо, що квазіімпульс електрона малий в порівнянні з вектором оберненої ґратки. Надалі ми користуватимемося калібровкою, в якій скалярний потенціал $\phi=0$. За таких умова розв'язок рівняння (4), що відповідає певному значенню канонічного імпульсу $\vec{P}$, має вигляд:

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r},t)=C\exp\left\{i\vec{p}\vec{r}-\frac{i}{2m}\int_{t_0}^{t}\left[\vec{P}-\frac{e}{c}\vec{A}(t)\right]^2dt'\right\}, \tag{5}$$

де C – нормувальна стала; t_0 – момент вмикання поля.

У випадку електромагнітного поля КСП (1), яке адіабатично вмикається при $t_0=-\infty$, з (5) одержуємо:

$$\Psi_{\vec{p}}\left(\vec{r},t\right)=C\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[\vec{p}\vec{r}-\left(\frac{P^2}{2m}+\frac{e^2}{4mc^2}\sum_{jj'}\vec{A}_j\vec{A}_{j'}\cos\left[\varphi_j-\varphi_{j'}\right]\right)t\right]\right\}\times$$
$$\exp\left\{i\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{A}_j}}{mc\hbar\omega}\left[\sin\left(\omega t-X_{\vec{p}\vec{A}_j}\right)-\frac{e\gamma_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}}{8c\gamma_{\vec{p}\vec{A}_j}}\sin\left(2\omega t+X_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}\right)\right]\right\}, \tag{6}$$

Тут використано позначення:

$$\gamma^2_{\vec{p}\vec{A}_j}=\sum_{jj'}\left(\vec{p}\vec{A}_j\right)\left(\vec{p}\vec{A}_{j'}\right)\cos\left[\varphi_j-\varphi_{j'}\right],\ X_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}=\operatorname{arctg}\left(\frac{\sum_{jj'}\vec{A}_j\vec{A}_{j'}\sin\left[\varphi_j+\varphi_{j'}\right]}{\sum_{jj'}\vec{A}_j\vec{A}_{j'}\cos\left[\varphi_j+\varphi_{j'}\right]}\right)$$

$$\gamma^2_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}=\sum_{jj'j''j'''}\vec{A}_j\vec{A}_{j'}\vec{A}_{j''}\vec{A}_{j'''}\cos\begin{bmatrix}\varphi_j+\phi_{j'}-\\ \varphi_{j''}-\varphi_{j'''}\end{bmatrix},\ X_{\vec{p}\vec{A}_j}=\operatorname{arctg}\left(\frac{\sum_j\vec{p}\vec{A}_j\sin\left(\varphi_j\right)}{\sum_j\vec{p}\vec{A}_j\cos\left(\varphi_j\right)}\right). \tag{7}$$

Квазіенергію електрона в полі інтенсивної електромагнітної хвилі $\varepsilon_{\vec{p}A_j}$ визначає вираз:

$$\Psi_{\vec{P}}\left(\vec{r},t+T_0\right)=\exp\left(-i\frac{\varepsilon_{\vec{p}A_j}}{\hbar}T_0\right)\Psi_{\vec{P}}\left(\vec{r},t\right), \tag{8}$$

де $T_0=2\pi/\omega$ – період поля КСП. Щоб конкретизувати його для випадку, коли на систему діє високочастотне поле КСП, перепишемо знайдену хвильову функцію (6) з використанням формули Якобі-Ангера [12]

$$\exp\left(\pm iz\sin\phi\right)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n\left(z\right)e^{\pm in\phi} \tag{9}$$

($J_n\left(z\right)$ – функція Бесселя) у вигляді:

$$\Psi_{\vec{P}}\left(\vec{r},t\right)=\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left(\vec{p}\vec{r}-\left(\frac{p^2}{2m}+\frac{e^2}{4mc^2}\sum_{jj'}\vec{A}_j\vec{A}_{j'}\cos\left[\varphi_j-\varphi_{j'}\right]\right)t\right)\right\}\times.$$
$$\sum_{n,l=-\infty}^{+\infty}J_{2n-l}\left(\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{A}_j}}{mc\hbar\omega}\right)J_l\left(\frac{e^2\gamma_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}}{8mc^2\hbar\omega}\right)e^{in\omega t}e^{i\left\{\left(2lX_{\vec{p}\vec{A}_j}+X_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}\right)-nX_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}\right\}} \tag{10}$$

Порівнюючи вирази (5) та (10), одержимо наближення для квазіенергії електрона провідності в полі КСП (1):

$$\varepsilon_{\vec{p}A_j}=\frac{p^2}{2m}+\frac{e^2}{4mc^2}\sum_{jj'}\vec{A}_j\vec{A}_{j'}\cos\left[\varphi_j-\varphi_{j'}\right]+n\hbar\omega. \tag{11}$$

Як видно з (8) та (11), квазіенергія дійсно визначається з точністю до доданка $n\hbar\omega$ (n=0, ±1,..). Величину

$$E_{\vec{p}A_j}=\frac{p^2}{2m}+\frac{e^2}{4mc^2}\sum_{jj'}\vec{A}_j\vec{A}_{j'}\cos\left[\varphi_j-\varphi_{j'}\right] \tag{12}$$

називають головним значенням квазіенергії або приведеною квазіенергією, а значення квазіенергії, що одержуються додаванням $n\hbar\omega$, – сателітами або “фотонними повтореннями”. Стан, що відповідає головному значенню квазіенергії, одержується зі стаціонарного стану адіабатичним включенням електромагнітного поля [13].

Відомо, що в просторово-періодичному полі кристала імпульс електрона не зберігається, оскільки поле порушує інваріантність кристала відносно його нескінченно малого переносу. Проте залишається інваріантність відносно переносу на відстань, кратну сталій ґратки. Таким чином, з’являється новий інтеграл руху, що називається квазіімпульсом, який не визначається однозначно, а лише з точністю до вектора оберненої ґратки.

Аналогічна ситуація спостерігається, коли на кристал діє електромагнітне поле. В цьому випадку енергія системи перестає бути інтегралом руху і, отже, не зберігається, а з періодичності зовнішнього поля випливає існування нового інтегралу руху – квазіенергії $\varepsilon_{\vec{p}A_j}$, яка, як ми побачимо далі, визначається з точністю до величини, кратної частоті зовнішнього поля. Взаємозв'язок між квазіенергією та квазіімпульсом стає особливо виразною в задачі про взаємодію релятивістського електрона з плоскою електромагнітною хвилею, поле якої періодичне як в просторі, так і в часі, де квазіенергія грає роль четвертої компоненти чотиривимірного вектора квазіімпульсу [13].

З (12) випливає, що у випадку стандартного параболічного закону дисперсії енергії та синусоїдального однорідного електричного поля $\vec{E}(t)=\vec{E}_0\sin\omega t$, що адіабатично вмикається при $t_0=-\infty$, амплітуда змінного електромагнітного поля E_0 не впливає на форму квазіенергетичного спектра електронів провідності – з полем пов'язаний лише його зсув як цілого на величину $\Delta\varepsilon=e^2E_0^2/\left(4m\omega^2\right)$. Тоді другий доданок в (12) можна не враховувати, тобто головне значення квазіенергії залежить від канонічного імпульсу так, як енергія від кінетичного імпульсу у відсутності періодичного поля. Якщо ж високочастотне поле просторово-неоднорідне, як це має місце у випадку КСП, то величина $\Delta\varepsilon=\dfrac{e^2}{4mc^2}\sum\limits_{jj'}\vec{A}_j\vec{A}_{j'}\cos\left[\left(\vec{k}_j-\vec{k}_{j'}\right)\vec{r}+\varphi_j-\varphi_{j'}\right]$, а тому і квазіенергія, стає функцією координат (тут ми врахували, що вектор-потенціал КСП в дипольному наближенні залежить від координат, як від параметрів), а це означає, що на електрон провідності діє сила $\vec{F}=-\mathrm{grad}\left(\Delta\varepsilon\right)$ [14]. Отже, усереднений рух електрона провідності в просторово-неоднорідному полі КСП можна розглядати як рух в деякому полі з потенціалом $W=\dfrac{\Delta\varepsilon}{e}$. Умовою цього є малість частоти коливань електрона в такому ефективному полі в порівнянні з частотою поля КСП. Для плоскої хвилі така умова зводиться до вимоги, щоб швидкість руху електрона провідності в високочастотному полі була малою в порівнянні зі швидкістю світла.

Зауважимо, що знаходження квазіенергії системи, на яку діє періодичне в часі і просторі поле, вимагає розв'язку нестаціонарного рівняння Шредінгера і тому є більш складною задачею, ніж розрахунок спектра стаціонарних станів. На сьогодні, окрім майже тривіального розв'язку для вільного електрона, відомі точні розв'язки для гармонічного осцилятора та електрона з параболічним законом дисперсії енергії в магнітному та схрещених електричному та магнітному полях [13]. У вказаних випадках, як і для вільного електрона, зміна амплітуди високочастотного поля приводить до зсуву спектра квазіенергії як цілого. Відмінністю є лише його резонансне зростання з наближенням частоти зовнішнього поля до власної частоти осцилятора або до циклотронної частоти.

КВАНТОВІ КІНЕТИЧНЕ РІВНЯННЯ ДЛЯ ВЗАЄМОДІЮЧИХ КВАЗІЧАСТИНОК В ПОЛІ ІНТЕНСИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Насамперед виведемо квантове кінетичне рівняння для електронів провідності, зробивши низку спрощень. Так, вважатимемо, що електрон провідності в напівпровіднику рухається між зіткненнями з розсіювачами (фононами, магнонами тощо) в полі КСП як класична квазічастинка з законом дисперсії, який визначається зонною структурою напівпровідника, і що ймовірність розсіяння електрона не залежить від зовнішнього електромагнітного поля КСП. Крім того, вважатимемо частоту електромагнітного поля КСП ω набагато більшою оберненого часу релаксації електронів по імпульсу в зоні провідності $\tau_{\vec{p}}^{-1}$. Це обумовлено необхідністю проведення усереднення по масштабу часу порядку ω^{-1}. Довжина хвилі поля КСП $\lambda=c/\omega$ вважається набагато більшою довжини пробігу електрона за час його релаксації по імпульсу $l=\bar{v}\tau_{\vec{p}}$ ($\bar{v}$ – середня швидкість електрона в зоні провідності). Вважатимемо також, що довжина хвилі поля КСП λ перевищує амплітуду коливань електрона в полі КСП $a=\dfrac{eE_0}{m\omega^2}$. Таким чином, для швидкості коливального руху електрона в полі КСП $\bar{v}_c\sim a\omega$

повинна виконуватися умова $\overline{v}_c << c$; вона відповідає напруженості електричного поля КСП порядку 10^8–10^{10} В/см (в видимому та інфрачервоному діапазонах). Оскільки швидкості електронів провідності у відсутності поля КСП вважаються нерелятивістськими, то при виконанні цієї умови вони такими залишаться і в присутності поля КСП. Звідси випливає, що в більшості випадків (коли це не оговорюється окремо) можна нехтувати впливом магнітного поля КСП на рух електронів провідності в напівпровідниках. Дійсно, коли $\omega\tau >> 1$ та $\omega_m << \omega << \tau^{-1}$ ($\omega_m = 4\pi\sigma / \varepsilon_0$ – максвеллівська частота (частота діелектричної проникливості) [15], σ – статична провідність, ε_0 – статична діелектрична проникність), напруженості електричного та магнітного полів КСП будуть величинами одного порядку, так що співвідношення між силами, які діють на електрон з боку магнітного F_H та електричного F_E полів КСП, буде

$$\frac{F_H}{F_E} \sim \frac{vH}{cE} \sim \frac{v}{c} << 1. \tag{13}$$

У випадку, коли $\omega\tau >> 1$, $\omega << \omega_m$ маємо:

$$\frac{H}{E} \sim \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{14}$$

і відношення

$$\frac{F_H}{F_E} \sim \frac{v}{c}\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{15}$$

може бути як малим, так і великим в порівнянні з одиницею. Впливом магнітного поля і в цьому випадку можна знехтувати при $v / c << (\omega / \omega_m)^{\frac{1}{2}}$.

Середня енергія електрона в зоні провідності $\overline{\varepsilon}$ повинна задовольняти умові

$$\overline{\varepsilon} >> \hbar\tau_{\vec{p}}^{-1}. \tag{16}$$

Тоді уширення рівнів енергії електрона за рахунок релаксації не більше самої енергії. Крім того вважатимемо, що частота поля КСП ω перевищує частоти інших квазічасток, наявних в напівпровіднику. І, нарешті, вважається справедливою нерівність $l >> \lambda_B$ (l – довжина вільного пробігу електрона між зіткненнями, λ_B – де-бройлівська довжина хвилі електрона), яка фактично є критерієм існування кінетичного рівняння.

Виконання наведених вище умов дозволяє вважати зовнішнє високочастотне електромагнітне поле КСП квазіоднорідним та записати кінетичне рівняння для електронів в напівпровіднику, які рухаються в полі КСП та у зовнішньому постійному електричному полі $\vec{F}_0$, у вигляді , що нагадує класичне кінетичне рівняння Больцмана [15]:

$$\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + \left(e\vec{F}_0 + \vec{F}\right)\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} + \frac{\vec{p}}{m}\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{r}} = \sum_{\vec{p}'}\left\{W\left(\vec{p}',\vec{p}\right)f\left(\vec{p}'\right)\left(1-f\left(\vec{p}\right)\right) - W\left(\vec{p},\vec{p}'\right)f\left(\vec{p}\right)\left(1-f\left(\vec{p}'\right)\right)\right\}, \tag{17}$$

де ліва частина відповідає польовому члену, а права містить інтеграл зіткнень і описує зіткнення електрона з розсіювачем; $f\left(\vec{r},\vec{p},t\right) = f_{\vec{p}}$ – функція розподілу електронів; $W\left(\vec{p}',\vec{p}\right)$ – ймовірність переходу електрона зі стану, що описується квазіімпульсом $\vec{p}'$, в стан, що описується квазіімпульсом $\vec{p}$ в результаті взаємодії з розсіювачем. Крім того, в (17) враховано принцип Паулі, тобто ймовірність переходу $\vec{p}' \to \vec{p}$ покладена пропорційною $\left[1 - f\left(\vec{p}'\right)\right]$ (ймовірності того, що стан $\vec{p}'$ вільний).

Зауважимо, що в ліву частину (17) крім зовнішнього постійного електричного поля $\vec{F}_0$ входить сила $\vec{F}$, що діє на електрони провідності в напівпровіднику з боку неоднорідного високочастотного електромагнітного поля КСП, природа якої була детально проаналізована в [2, 3].

Розглянемо систему електрон + розсіювач (фонони, магнони, тощо) в високочастотному електромагнітному полі КСП. Повний гамільтоніан її може бути записаний у вигляді [16, 17]

$$\widehat{H}(t) = \widehat{H}_0 + \widehat{H}_{\text{int}}(t), \tag{18}$$

де $\widehat{H}_0 = \frac{1}{2m}\sum_{\vec{p}}\left(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}(t)\right)a_{\vec{p}}^{+}a_{\vec{p}} + \sum_{\vec{k}} c_{\vec{k}}\left(b_{\vec{k}}^{+}b_{\vec{k}} + \frac{1}{2}\right)$ – гамільтоніан незбуреної системи, а $\widehat{H}_{\text{int}}$ – оператор міжквазічастинкової взаємодії (електрон-фононної, електрон-магнонної тощо), який буде вважатися малим збуренням і формально залежним від часу.

Еволюція в часі такої системи описуватиметься часовим рівнянням Шредінгера з гамільтоніаном (18)

$$i\hbar\frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = \widehat{H}(t)\Psi(\vec{r},t). \tag{19}$$

Розкладемо розв'язок $\Psi(\vec{r},t)$ рівняння (19) по повній системі власних функцій $\psi_n(\vec{r},t)$ незбуреного гамільтоніана $\widehat{H}_0$

$$\Psi(\vec{r},t) = \sum_n a_n(t)\psi_n(\vec{r},t), \tag{20}$$

при цьому

$$\widehat{H}_0 u_n = \varepsilon_n u_n, \tag{21}$$

де ε_n – енергія системи в n-му квазістаціонарному стані.

Вважаючи, що

$$a_n(t) = a_n^{(0)} + a_n^{(1)}(t) + a_n^{(2)}(t) + ..., \tag{22}$$

де $a_n^{(0)}$ – незбурене (початкове) значення коефіцієнта $a_n(t)$, а $a_n^{(1)}(t)$, $a_n^{(2)}(t)$ – поправки першого та другого порядку малості по $\widehat{H}_{\text{int}}$ *(t)*. Можна показати [16, 17], що:

$$\frac{da_k^{(1)}}{dt} = \frac{1}{i\hbar}\sum_n H_{kn}^{\text{int}}a_n^{(0)}, \qquad \frac{da_k^{(2)}}{dt} = \frac{1}{i\hbar}\sum_n H_{kn}^{\text{int}}a_n^{(1)}, \tag{23}$$

де

$$H_{kn}^{\text{int}} = \int \psi_k^* \tilde{H}_{\text{int}}\psi_n d\tau \tag{24}$$

– матричний елемент оператора взаємодії (збурення) а символ $\sum_n$ означає сумування по дискретним та інтегрування по неперервним станам незбуреної системи.

Нехай в початковий момент часу ($t = 0$) система знаходиться в i – му квантовому стані, тоді $a_i^{(0)} = 1$, а всі інші $a_n^{(0)} = 0\,(n \neq i)$. Нас цікавить амплітуда $a_f^{(1)}(t)$ кінцевого стану f в моменту часу t, якщо збурення $\widehat{H}_{\text{int}}$ «вмикається» в момент $t = 0$. Очевидно, що $a_f^{(1)}(0) = 0$, тому з (23) маємо

$$a_f^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar}\int_0^t H_{fi}^{\text{int}}(t')\,dt'. \tag{25}$$

Величина $\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2$ є ймовірність того, що квантова система знаходиться в стані $\psi_f(\vec{r},t)$ в момент часу t. При $t = 0$ вона знаходилась в стані $\psi_f(\vec{r},0)$ Використовуючи (25), одержимо для ймовірності $\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2$:

$$\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2 = \frac{1}{\hbar^2}\left|\int_0^t H_{fi}^{\text{int}}(t')\,dt'\right|^2. \tag{26}$$

Цю величину можна розглядати як ймовірність переходу квантової системи із стану $\Psi_i(\vec{r},t)$ в стан $\Psi_f(\vec{r},t)$ під дією збурення (взаємодії між квазічастинками) $\widehat{H}_{\text{int}}$ *(t)*. Крім того, вводиться ймовірність переходу в одиницю часу $W(i,f)$, яка пов'язана з $\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2$ наступним співвідношенням:

$$W(i,f) = \frac{d}{dt}\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2 = \frac{1}{\hbar^2}\frac{d}{dt}\left|\int_0^t H_{if}^{\text{int}}(t')dt'\right|^2. \tag{27}$$

Переходячи в (27) до імпульсного представлення та записуючи матричний елемент оператора взаємодії в розгорнутому вигляді, одержуємо

$$W(\vec{p}',\vec{p}) = \frac{1}{\hbar^2}\frac{d}{dt}\left|\int_0^t d\tau < \Psi_{\vec{p}'}^*(\tau)\left|\widehat{H}_{\text{int}}\right|\Psi_{\vec{p}}^*(\tau) >\right|^2. \tag{28}$$

Нехай при $t = 0$ в квантовомеханічній системі, що складається з електронів в зоні провідності та розсіювачів (фононів, магнонів, іонізованих домішок тощо), в високочастотному полі КСП вмикається взаємодія між електронами та розсіювачами. Тоді кожен електрон переходить з одного квазістаціонарного стану, в якому він має квазіенергію $E_{\vec{p}}$ та квазіімпульс $\vec{p}$ і описується хвильовою функцією (10), в інший, коли його квазіімпульс набуває значення $\vec{p}'$, квазіенергія стає рівною $E_{\vec{p}'} \pm \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}$ ($\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}$ – величина, що характеризує зміну енергії в системі електрон-розсіювач в результаті взаємодії).

Отже, задача звелася до знаходження матричного елемента оператора взаємодії (28). Обчислимо його, використовуючи знайдену нами хвильову функцію електрона провідності (10), яку тепер буде зручно записати, обмежуючись дипольним наближенням, у спрощеному вигляді:

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r},t) = \Psi(\vec{r}) \times \exp\left\{ i \frac{e\gamma_{\vec{p}A_j}}{mc\hbar\omega} \sin \omega t \right\} \times$$

$$\exp\left\{ -\frac{i}{\hbar}\left(\left(\frac{p^2}{2m} + n\hbar\omega + \frac{e^2}{4mc^2} \sum_{jj'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos\left[\varphi_j - \varphi_{j'}\right] \right) t \right) \right\}. \tag{29}$$

В (29) хвильова функція подана у вигляді добутку двох функцій, одна з яких залежить лише від координати ($\Psi(\vec{r})$), а друга – від часу ($\exp\{...\}t$). Підставляючи в (28) хвильову функцію електрона у вигляді (29), одержимо:

$$W(\vec{p}, p) = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d}{dt} \left| \int_0^t d\tau \left\langle \Psi^*_{\vec{p}'}(\vec{r}) \right| \hat{H}_{\text{int}} \left| \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \right\rangle \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \begin{pmatrix} \varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} \pm \\ \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} \end{pmatrix} \tau - i \frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{mc\hbar\omega} \sin \omega\tau \right\} \right|^2. \tag{30}$$

В (30) використано позначення

$$\gamma^2_{\vec{p}'\vec{p}} = \sum_{j,j'} (\vec{p}' - \vec{p})\vec{A}_j (\vec{p}' - \vec{p})\vec{A}_{j'} \cos\left[\varphi_j - \varphi_{j'}\right].$$

Виносячи матричний елемент оператора взаємодії $\left\langle \Psi^*_{\vec{p}'}(\vec{r}) \right| \hat{H}_{\text{int}} \left| \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \right\rangle$ електрона з розсіювачем з-під знака інтеграла та використовуючи формулу (9), з (30) одержуємо:

$$W(\vec{p}, p) = \frac{1}{\hbar^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{mc\hbar\omega} \right) \left| \left\langle \Psi^*_{\vec{p}'}(\vec{r}) \right| \hat{H}_{\text{int}} \left| \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \right\rangle \right|^2 \frac{d}{dt} \left| \int_0^t d\tau \exp\left\{ \frac{i}{\hbar}\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} \pm \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - n\hbar\omega \right)\tau \right\} \right|^2. \tag{31}$$

Провівши в (31) інтегрування по τ та використовуючи відоме співвідношення [12]

$$|a + ib|^2 = a^2 + b^2,$$

маємо

$$W(\vec{p}, p) = 2\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{mc\hbar\omega} \right) \left| \left\langle \Psi^*_{\vec{p}'}(\vec{r}) \right| \hat{H}_{\text{int}} \left| \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \right\rangle \right|^2 \frac{\sin \omega_{\vec{p}'\vec{p}} t}{\omega_{\vec{p}'\vec{p}}}, \tag{32}$$

де $\omega_{\vec{p}'\vec{p}} = \hbar^{-1}(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} \pm \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - n\hbar\omega)$.

Проаналізуємо одержаний результат. Розглянемо величину $F = \dfrac{\sin \omega_{\vec{p}'\vec{p}} t}{\omega_{\vec{p}'\vec{p}}}$ як функцію $\omega_{\vec{p}'p'}$ і розрахуємо інтеграл від величини F по частотам [12]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \omega_{\vec{p}'\vec{p}} t}{\omega_{\vec{p}'\vec{p}}} d\omega_{\vec{p}'\vec{p}} = \pi. \tag{33}$$

При великих інтервалах часу взаємодії електрона з розсіювачем ($t \to \infty$) (33) дає:

$$F = \frac{\sin \omega_{\vec{p}'\vec{p}} t}{\omega_{\vec{p}'\vec{p}}} \approx \frac{\pi}{\hbar} \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - n\hbar\omega \right). \tag{34}$$

Отже, для випадку, коли час взаємодії електрона провідності з розсіювачем досить великий, імовірність переходу електрона зі стану, де він описується квазіімпульсом $\vec{p}'$, в інший стан, де він матиме квазіімпульс $\vec{p}$ в результаті взаємодії з розсіювачем, може бути записана у вигляді:

$$W\left(\vec{p}',\vec{p}\right)=\frac{2\pi}{\hbar}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}J_n^2\left(\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{mc\hbar\omega}\right)\left|\left\langle n_{\vec{p}'},N_{\vec{q}'}\left|\hat{H}_{\text{int}}\right|n_{\vec{p}},N_{\vec{q}}\right\rangle\right|^2\delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'}-\varepsilon_{\vec{p}}-\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}-n\hbar\omega\right). \tag{35}$$

Із (35) випливає, що ймовірність переходу $W\left(\vec{p}',\vec{p}\right)$ пропорційна квадрату модуля матричного елемента оператора взаємодії

$$\left|\left\langle\Psi_{\vec{p}'}^*\left(\vec{r}\right)\left|\hat{H}_{\text{int}}\right|\Psi_{\vec{p}}\left(\vec{r}\right)\right\rangle\right|^2=\left|\left\langle n_{\vec{p}'},N_{\vec{q}}\left|\hat{H}_{\text{int}}\right|n_{\vec{p}},N_{\vec{q}}\right\rangle\right|^2 \tag{36}$$

і відмінна від нуля лише тоді, коли в процесі взаємодії електрон-розсіювач приймають участь кванти зовнішнього електромагнітного поля – фотони [17].

Зауважимо, що в (35) ми записали матричний елемент взаємодії електрона з розсіювачем через числа заповнення електрона $n_{\vec{p}}$ та розсіювача $N_{\vec{q}}$. Використовуючи цей вираз, можна отримати квантове кінетичне рівняння для електронів провідності в напівпровіднику, що взаємодіють з розсіювачем у високочастотному неоднорідному електромагнітному полі КСП, в загальному вигляді:

$$\begin{gathered}\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t}+\left(e\vec{F}_0+\vec{F}\right)\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial\vec{p}}+\frac{\vec{p}}{m}\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial\vec{r}}=\frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\vec{p}'}\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n^2\left(\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{mc\hbar\omega}\right)\delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'}-\varepsilon_{\vec{p}}-\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}-n\hbar\omega\right)\times\\ \left\{\left|\left\langle n_{\vec{p}'},N_{\vec{q}'}\left|H_{\text{int}}\right|n_{\vec{p}},N_{\vec{q}}\right\rangle\right|^2 f\left(\vec{p}'\right)\left(1-f\left(\vec{p}\right)\right)-\left|\left\langle n_{\vec{p}},N_{\vec{q}}\left|H_{\text{int}}\right|n_{\vec{p}'},N_{\vec{q}'}\right\rangle\right|^2 f\left(\vec{p}\right)\left(1-f\left(\vec{p}'\right)\right)\right\}.\end{gathered} \tag{37}$$

Як бачимо, для виведення квантового кінетичного рівняння для електронів провідності для конкретного механізму розсіяння необхідно задати гамільтоніан взаємодії електрона з розсіювачем і провести розрахунок відповідного матричного елемента оператора розсіяння.

Спочатку одержимо квантове кінетичне рівняння для електронів, коли основним механізмом їх розсіювання є взаємодія з акустичними фононами. В цьому випадку гамільтоніан взаємодії електронів з фононами добре відомий [15]:

$$H_{\text{int}}=H_{eph}=\sum_{\vec{k},\vec{p}}c_{\vec{q}}\left(b_{\vec{k}}+b_{-\vec{k}}^+\right)a_{\vec{p}+\vec{k}}^+a_{\vec{p}}, \tag{38}$$

де $c_{\vec{k}}$ – константа електрон-фононної взаємодії (константа деформаційного потенціалу), $a_{\vec{p}}^+\left(a_{\vec{p}}\right)$ та $b_{\vec{k}}^+\left(b_{\vec{k}}\right)$ – оператори народження (знищення) електрона з квазіімпульсом $\vec{p}$ та акустичного фонона з квазіімпульсом $\vec{k}$ відповідно. При цьому величина $\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}$, що характеризує зміну енергії в системі електрон-розсіювач в результаті їх взаємодії, дорівнює $\pm\hbar\omega_{\vec{k}}$ – енергії акустичного фонона, який поглинається або випромінюється електроном в процесі електрон-фононної взаємодії.

Використовуючи явний вигляд оператора електрон-фононної взаємодії, для квадрата матричного елемента електрон-фононної взаємодії одержимо:

$$\left|\left\langle n_{\vec{p}'},N_{\vec{k}}\left|H_{\text{int}}\right|n_{\vec{p}},N_{\vec{k}}\right\rangle\right|^2=\sum_{\vec{k}}\left|c_{\vec{k}}\right|^2\left|\left\langle n_{\vec{p}'},N_{\vec{k}}\left|\left(b_{\vec{k}}+b_{-\vec{k}'}^+\right)a_{\vec{p}+\hbar\vec{k}}^+a_{\vec{p}}\right|n_{\vec{p}},N_{\vec{k}}\right\rangle\right|^2, \tag{39}$$

де

$$\left|\left\langle n_{\vec{p}'},N_{\vec{k}}\left|\begin{pmatrix}b_{\vec{k}}+\\ b_{-\vec{k}}^+\end{pmatrix}a_{\vec{p}+\vec{k}}^+a_{\vec{p}}\right|n_{\vec{p}},N_{\vec{k}}\right\rangle\right|^2=\begin{cases}N_{\vec{k}}\delta_{\vec{p}+\vec{k}}^{\vec{p}'}, & \text{поглинання фонона}\\ \left(N_{\vec{k}}+1\right)\delta_{\vec{p}-\vec{k}}^{\vec{p}'}, & \text{випромінювання фонона.}\end{cases}$$

Виконавши аналогічні обчислення для величини $\left|\left\langle n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}} \left| H_{\text{int}} \right| n_{\vec{p}'}, N_{\vec{k}'} \right\rangle\right|^2$, запишемо квантове кінетичне рівняння для електронів, що взаємодіють з акустичними фононами в зовнішньому постійному електричному полі $\vec{F}_0$ та високочастотному просторово-неоднорідному електромагнітному полі КСП:

$$\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + \left(e\vec{F}_0 - \frac{e^2}{4mc^2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \left(\sum_{jj'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos\begin{bmatrix} \left(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}\right)\vec{r} + \\ \varphi_j - \varphi_{j'} \end{bmatrix} \right) \right) \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{r}} =$$

$$= \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{q}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left|c_{\vec{q}}\right|^2 J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{q}}}{mc\hbar\omega} \right) \left\{ \begin{aligned} &\begin{bmatrix} \left(N_{\vec{q}}+1\right) f_{\vec{p}+\vec{q}} \left(1-f_{\vec{p}}\right) - \\ N_{\vec{q}} f_{\vec{p}} \left(1 - f_{\vec{p}-\vec{q}}\right) \end{bmatrix} \delta\begin{pmatrix} \varepsilon_{\vec{p}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{p}} - \\ \omega_{\vec{q}} - n\hbar\omega \end{pmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} N_{\vec{q}} \left(1-f_{\vec{q}}\right) f_{\vec{p}-\vec{q}} - \\ \left(N_{\vec{q}}+1\right) f_{\vec{p}} \left(1 - f_{\vec{p}-\vec{q}}\right) \end{bmatrix} \delta\begin{pmatrix} \varepsilon_{\vec{p}-\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{p}} + \\ \omega_{\vec{q}} - n\hbar\omega \end{pmatrix} \end{aligned} \right\}. \qquad (40)$$

Тут використано позначення $\gamma_{\vec{q}}^2 = \sum_{jj'} \left(\vec{q}\vec{A}_j\right)\left(\vec{q}\vec{A}_{j'}\right) \cos\left[\left(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}\right)\vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'}\right]$ і враховано, що вектор-потенціал КСП залежить від просторових координат як від параметрів та принцип Паулі для електронів.

З (40) видно, що в зовнішньому високочастотному електромагнітному полі КСП в процесах електрон-фононної взаємодії в напівпровідниках безпосередню участь беруть кванти зовнішнього електромагнітного поля КСП – фотони. Причому вважалось, що $\omega\tau >> 1$ (де τ – час вільного пробігу електрона між зіткненнями з розсіювачем). Це означає, що кінетичне рівняння, яке ми отримаємо нижче, буде справедливим лише для низькочастотних (в наведеному вище розумінні) функцій розподілу електронів $f\left(\vec{r}, \vec{p}, t\right)$ та фононів $N_{\vec{k}}\left(\vec{r}, t\right)$.

Тепер розглянемо випадок електрон-магнонної взаємодії. Для простоти обмежимося однопідзонним наближенням, тобто обмежимося розглядом підзони провідності зі спіном "вверх". Крім того вважатимемо, що як по енергії, так і по імпульсу електрони релаксують на магнонах, а магнони на електронах. В процесі електрон-магнонної взаємодії враховуватимемо як двомагнонні процеси в першому порядку теорії збурень, так і одномагнонні – в другому. Для цього випадку гамільтоніан електрон-магнонної взаємодії в представленні вторинного квантування може бути записаний у вигляді [3]:

$$\tilde{H}_{2em} = \sum_{\vec{p},\vec{q},\vec{r}} \left\{ C^{\uparrow}_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}} a^{+}_{\vec{p}\uparrow} a_{\vec{p}-\vec{r}\uparrow} - C^{\downarrow}_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}} a^{+}_{\vec{p}\downarrow} a_{\vec{p}-\vec{r}\downarrow} \right\} b^{+}_{\vec{q}} b_{\vec{q}+\vec{r}},$$
$$C^{\uparrow}_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}} = C\left(\vec{p}+\vec{q},\vec{k}\right) + C\left(\vec{p}+\vec{q},\vec{p}-\vec{r}\right), \quad C^{\downarrow}_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}} = C\left(\vec{p}-\vec{r},\vec{p}-\vec{q}-\vec{r}\right),$$
$$C\left(\vec{p},\vec{k}\right) = \frac{J}{4N} \left[\frac{\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{k}}}{JS + \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{k}}} \right]. \qquad (41)$$

Вважатимемо зовнішнє постійне електричне поле $\vec{F}_0$ не надто великим, так що $\overline{\varepsilon} << JS$, а енергію електрона в полі КСП $\varepsilon_{\vec{P}} << JS$ ($\vec{P} = \vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}\left(\vec{r},t\right)$ – кінематичний імпульс електрона). Ці нерівності дозволяють обмежитися розглядом підзони з $\sigma = \uparrow$ і надалі спіновий індекс опускати.

Використовуючи (41), для квадрата матричного елемента електрон-двомагнонної взаємодії $\left|\left\langle f_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}} \left| \hat{H}_{\text{int}} \right| f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \right\rangle\right|^2$ одержимо:

$$\left|\left\langle f_{\vec{p}'}, N'_{\vec{q}} \left| \hat{H}_{\text{int}} \right| f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \right\rangle\right|^2 = \left|C_{\vec{p}'\vec{q}\vec{q}'}\right|^2 N_{\vec{q}}\left(\vec{r},t\right)\left(1+N_{\vec{q}}\left(\vec{r},t\right)\right)\delta^{\vec{p}'+\vec{q}'}_{\vec{p}+\vec{q}},$$
$$\left|\left\langle f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \left| \hat{H}_{\text{int}} \right| f_{\vec{p}'}, N'_{\vec{q}} \right\rangle\right|^2 = \left|C_{\vec{p}'\vec{q}\vec{q}'}\right|^2 N_{\vec{q}}\left(\vec{r},t\right)\left(1+N_{\vec{q}'}\left(\vec{r},t\right)\right)\delta^{\vec{p}'+\vec{q}'}_{\vec{p}+\vec{q}}. \qquad (42)$$

Враховуючи, що для електрон-двомагнонного розсіяння $\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} = \omega_{\vec{q}'} - \omega_{\vec{q}}$ (різниці енергій магнонів), можна записати систему квантових кінетичних рівнянь для електронів та магнонів ФМН, які знаходяться в зовнішньому гріючому електричному полі $\vec{F}_0$ та неоднорідному високочастотному електричному полі КСП, коли на електрони діє сила $\vec{F} = -\frac{e^2}{4mc^2}\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\sum_{jj'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos\left[\left(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}\right)\vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'}\right]\right)$, у вигляді:

$$\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m}\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{r}} + \left(e\vec{F}_0 + \vec{F}\right)\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{p',q',\vec{q}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|C_{\vec{p}'\vec{q}\vec{q}'}\right|^2 J_n^2(x)\,\delta_{\vec{p}+\vec{q}}^{\vec{p}'+\vec{q}'}$$
$$\left\{f_{\vec{p}'}\left(1-f_{\vec{p}}\right)N_{\vec{q}'}\left(1+N_{\vec{q}}\right) - f_{\vec{p}}\left(1-f_{\vec{p}'}\right)N_{\vec{q}}\left(1+N_{\vec{q}'}\right)\right\}\delta\left(\Delta(n\hbar\omega)_{\vec{p}\vec{q}}^{\vec{p}'\vec{q}'}\right), \tag{43}$$

де використано позначення

$$x = \frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}'}}{mc\hbar\omega}, \quad \Delta\left(n\hbar\omega\right)_{\vec{p}\vec{q}}^{\vec{p}'\vec{q}'} = \varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} + \omega_{\vec{q}} - \omega_{\vec{q}'} - n\hbar\omega.$$

Квантові кінетичні рівнянь для інших квазічастинок – фононів та магнонів – можуть бути одержані з (37) описаним вище методом, враховуючи ту обставину, що зовнішні поля (постійне електричне та високочастотне електромагнітне) безпосередньо не діють на фонони та магнони (при вибраних нами умовах), тому "польовий" член цих кінетичних рівнянь не міститиме "силових" членів, на відміну від кінетичного рівняння для електронів [15]. Зокрема, квантове кінетичне рівняння для фононів матиме вигляд:

$$\frac{\partial N_{\vec{k}}}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\vec{p}',\vec{p}}\left|c_{\vec{k}}\right|^2\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2\left(\frac{e\gamma_{\vec{k}}}{mc\hbar\omega}\right)\delta\begin{pmatrix}\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} \\ \pm\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - n\hbar\omega\end{pmatrix}\begin{Bmatrix}\left|\left\langle n_{\vec{p}'}, N_{\vec{k}'}\left|H_{\text{int}}\right|n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}'}\right\rangle\right|^2 f\left(\vec{p}'\right)\left(1-f\left(\vec{p}\right)\right) - \\ \left|\left\langle n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}}\left|H_{\text{int}}\right|n_{\vec{p}'}, N_{\vec{k}'}\right\rangle\right|^2 f\left(\vec{p}\right)\left(1-f\left(\vec{p}'\right)\right)\end{Bmatrix}. \tag{44}$$

Розрахунок матричних елементів фонон-електронної взаємодії дає:

$$\left|\left\langle n_{\vec{p}'}, N_{\vec{k}'}\left|H_{e-ph}\right|n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}}\right\rangle\right|^2 = \left|c_{\vec{k}}\right|^2\left(N_{\vec{k}}+1\right)\delta_{\vec{p}-\vec{k}}^{\vec{p}'}, \quad \left|\left\langle n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}}\left|H_{e-ph}\right|n_{\vec{p}'}, N_{\vec{k}'}\right\rangle\right|^2 = \left|c_{\vec{k}}\right|^2 N_{\vec{k}}\delta_{\vec{p}-\vec{k}}^{\vec{p}'}. \tag{45}$$

Підставляючи (45) в (44), одержимо квантове кінетичне рівняння для фононів, що взаємодіють з електронами у високочастотному неоднорідному електромагнітному полі КСП:

$$\frac{\partial N_{\vec{k}}}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|c_{\vec{k}}\right|^2\sum_{\vec{p},n=-\infty}^{\infty} J_n^2\left(\frac{e\gamma_{\vec{k}}}{mc\hbar\omega}\right)\begin{Bmatrix}\left(1+N_{\vec{k}}\right)f_{\vec{p}}\left(1-f_{\vec{p}-\vec{k}}\right) - \\ N_{\vec{k}}f_{\vec{p}-\vec{k}}\left(1-f_{\vec{p}}\right)\end{Bmatrix}\delta\begin{pmatrix}\varepsilon_{\vec{p}-\vec{k}} - \varepsilon_{\vec{p}} - \omega_{\vec{k}} \\ +n\hbar\omega\end{pmatrix}. \tag{46}$$

При отриманні квантового кінетичного рівняння для магнонів, які взаємодіють з електронами в високочастотному неоднорідному електромагнітному полі КСП, необхідно врахувати, що магнон–електронна (електрон-магнонна) взаємодія включає в себе як двомагнонні процеси в першому порядку теорії збурень, так і одномагнонні – в другому. Гамільтоніан, який описує ці процеси, задається виразом (41), тому квантове кінетичне рівняння для магнонів може бути записане так:

$$\frac{\partial N_{\vec{q}}}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\vec{p}',\vec{q}'}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|C_{\vec{p}'\vec{q}\vec{q}'}\right|^2 J_n^2(x)\,\delta_{\vec{p}+\vec{q}}^{\vec{p}'+\vec{q}'}\begin{Bmatrix}f_{\vec{p}'}\left(1-f_{\vec{p}}\right)N_{\vec{q}'}\left(1+N_{\vec{q}}\right) - \\ f_{\vec{p}}\left(1-f_{\vec{p}'}\right)N_{\vec{q}}\left(1+N_{\vec{q}'}\right)\end{Bmatrix}\delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} + \omega_{\vec{q}'} - \omega_{\vec{q}} - n\hbar\omega\right). \tag{47}$$

Якщо ж при магнон-електронній взаємодії переважають одномагнонні процеси, гамільтоніан магнон-електронної взаємодії матиме вигляд [18]:

$$\hat{H}_{em} = \sum_{\vec{p},\vec{q}} \Psi_{1em} \left\{ a^{+}_{\vec{p}+\vec{q}\downarrow} a_{\vec{p}\uparrow} b_{\vec{q}} + a^{+}_{\vec{p}-\vec{q}\uparrow} a_{\vec{p}\downarrow} b^{+}_{\vec{q}} \right\}, \tag{48}$$

де Ψ_{1em} – амплітуда електрон-одномагнонної взаємодії.

При розрахунку відповідних матричних елементів магнон-електронної взаємодії потрібно враховувати спіновий індекс $\sigma = \{\uparrow, \downarrow\}$ в хвильовій функції електрона, і для випадку, коли превалюють одномагнонні процеси, одержуємо наступне квантове кінетичне рівняння

$$\frac{\partial N_{\vec{q}}}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{p}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left|\Psi_{1em}\right|^2 J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{q}}}{mc\hbar\omega} \right) \begin{Bmatrix} \left(1+N_{\vec{q}}\right) f_{\vec{p}+\vec{q}\downarrow} \left(1-f_{\vec{p}\uparrow}\right) - \\ N_{\vec{q}} f_{\vec{p}\uparrow} \left(1-f_{\vec{p}+\vec{q}\downarrow}\right) \end{Bmatrix} \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}\uparrow} - \varepsilon_{\vec{p}+\vec{q}\downarrow} - \omega_{\vec{q}} + n\hbar\omega\right). \tag{49}$$

Зауважимо, що рівняння (40), (43), (46), (49) виведені у припущенні, що вектор-потенціал електромагнітного поля КСП залежить від просторових координат, як від параметрів. Тобто в процесі розрахунків знехтувано просторово-періодичною залежністю поля КСП

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \sum_j \vec{A}_j \cos\left(\omega t - \vec{k}_j \vec{r} - \varphi_j\right) \approx \sum_j \vec{A}_j \cos\left(\omega t - \varphi_j\right), \tag{50}$$

а в кінцевих формулах її враховували, вважаючи, що вектор-потенціал (напруженість електричного поля) КСП залежить від просторових координат як від параметрів. Якщо тепер в рівняннях (43) та (47) врахувати координатну залежність вектор-потенціалу КСП формальною заміною $\vec{A}(t)$ на $\vec{A}(\vec{r},t)$ (вважаючи, що вектор-потенціал $\vec{A}(\vec{r},t)$ залежить від просторових координат як від параметрів), то отримаємо квантові кінетичні рівняння для електронів, магнонів та фононів, які точно співпадають з відповідними рівняннями, виведеними іншими авторами для випадку явної залежності вектор-потенціалу КСП від координати (див., наприклад, [2, 3]). Очевидно, що таку формальну заміну можна провести лише в тому випадку, коли частота ω та вектор-потенціал поля КСП A_j задовольняють нерівності

$$eA_j << c\sqrt{m\hbar\omega}\,. \tag{51}$$

Правомірність такої заміни вимагає обґрунтування, яке виходить за рамки даного повідомлення.

Кинетика взаимодействующих квазичастиц в полупроводниках в поле когерентных световых пучков

А.Ю. Семчук, В.Е. Клименко

Институт химии поверхности им. А.А.Чуйко Национальной академии наук Украины
ул. Генерала Наумова, 17, Киев, 03164, Украина, aleksandr1950@meta.ua

В дипольном приближении и приближении эффективной массы при помощи нестационарного уравнения Шредингера рассчитана волновая функция электрона проводимости в квазиоднородном высокочастотном электромагнитном поле. С использованием теории квантовых переходов Дирака построена кинетика неравновесных взаимодействующих квазичастиц в полупроводниках в поле интенсивного лазерного излучения.

Ключевые слова: *волновая функция, нестационарное уравнение Шредингера, когерентные световые пучки, кинетика квазичастиц полупроводника*

Kinetics of interacting quasi-particles in semiconductors in the field of coherent light beams

O.Yu. Semchuk, V.E. Klymenko

Chuiko Institute of Surface Chemistry of National Academy of Sciences of Ukraine
17 General Naumov Str., Kyiv, 03164, Ukraine, aleksandr1950@meta.ua

Within dipole approximation and that of effective mass, the wave function of conduction electron in the quasi-uniform high-frequency electromagnetic field is calculated by the help of nonstationary Schrodinger equation. The kinetics of nonequilibrium interacting quasiparticles in semiconductors in the field of intensive laser radiation is constructed using theory of Dirac quantum transitions.

Keywords: *wave function, nonstationary Schrodinger equation, coherent light beams, kinetics of semiconductor quasiparticles*

ЛІТЕРАТУРА

1. *Негрійко А.М., Романенко В.І., Яценко Л.П.* Динаміка атомів і молекул в когерентних лазерних полях. – Київ: Наукова думка, 2008. – 239 с.
2. *Дыкман И.М., Томчук П.М.* Влияние когерентных световых пучков на свободные носители в полупроводниках // ФТТ. – 1984. – Т. 26, № 9. – С. 2729–2733.
3. *Levshin A.E., Semchuk O.Yu., Tomchuk P.M.* Superlattices formed in ferromagnetic semiconductors by coherent light beams // Sov. Phys. Solid State (US). – 1986. – V. 28, N 2. – P. 229–232.
4. *Сугаков В.И., Чернюк А.А.* Образование островков конденсированных фаз экситонов в полупроводниковых квантовых ямах в неоднородном поле // Письма в ЖЭТФ. – 2007. – Т. 85, № 11. – С. 699–704.
5. *Чернюк А.А., Коп В.С., Сугаков В.Й.* Конденсація екситонів в квантових ямах напівпровідників в неоднорідному електричному полі // УФЖ. – 2007. – Т. 52, № 7. – С. 696–702.
6. *Blonski I.V., Dmitruk I.M., Yeshcnenko O.A. et al.* Surface plasmons and transient optical response of cooper nanoparticles // Ukr J. Phys. – 2009. – V. 54, N 1–2. – P. 123 – 129.
7. *Шур В.Я., Кузнецов Д.К., Лобов А.И. и др.* Поверхностные самоподобные нанодоменные структуры, индуцированные лазерным облучением в ниобате лития // ФТТ. – 2008. – Т. 50, № 4. – С. 689–695.
8. *Тарасенко С.А.* Оптическая ориентация линейно-поляризованным светом при межподзонных переходах в квантовых ямах // ФТТ. – 2007. – Т. 49, № 9. – С. 1704–1708.
9. *Питаевский Л.П.* Конденсаты Бозе-Эйнштейна в поле лазерного излучения // УФН. – 2006. – Т. 176, № 4. – С. 345–364.
10. *Seminozhenko V.P.* Kinetics of interaction quasiparticles in strong external fields // Phys. Rep. – 1982. – V. 91, N 3. – P. 103–182.
11. *Semchuk O.Yu., Willander M., Karlsteen M.* Wave function and quasi-energy of conduction electrons in a field of coherent light beams // Phys. Stat. Sol. B. – 2004. – V. 241, N 11. – P. 2549–2554.
12. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – Москва: Наука, 1984. – 831 с.
13. *Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. – Москва: Наука, 1971. – 544 с.
14. *Гапонов А.В., Миллер М.А.* О потенциальных ямах для заряженных частиц в высокочастотном электромагнитном поле // ЖЭТФ. – 1958. – Т. 34, № 1–2. – С. 242–245.
15. *Дыкман И.М., Томчук П.М.* Явления переноса и флуктуации в полупроводниках. – Киев: Наукова думка, 1981. – 320 с.
16. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. – Москва: Наука, 1974. – 750 с.
17. *Томчук П.М.* Особливості поглинання і випромінювання світла вільними електронами в багатодолинних напівпровідниках // УФЖ. – 2004. – Т. 49, № 7. – С. 682–691.
18. *Вонсовский С.В.* Магнетизм. – Москва: Наука, 1971. – 1032 с.

Надійшла 02.10.2014, прийнята 26.11.2014